



Yıldız Teknik Üniversitesi

İktisat Bölümü

Ekonometri II Ders Notları

Ders Kitabı: J.M. Wooldridge, *Introductory Econometrics A Modern Approach*, 2nd. ed., 2002, Thomson Learning.

Zaman Serisi Modelleri:

Birim Kök Testleri, Eşbütünleşme, Hata  
Düzeltilme Modelleri

## Birim Kök Testleri

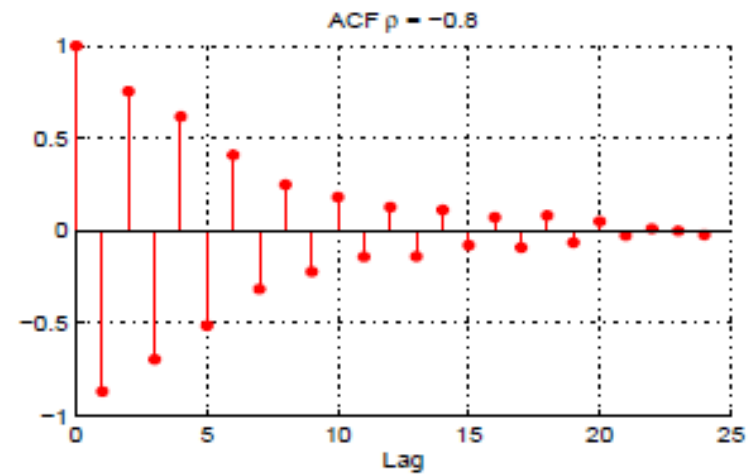
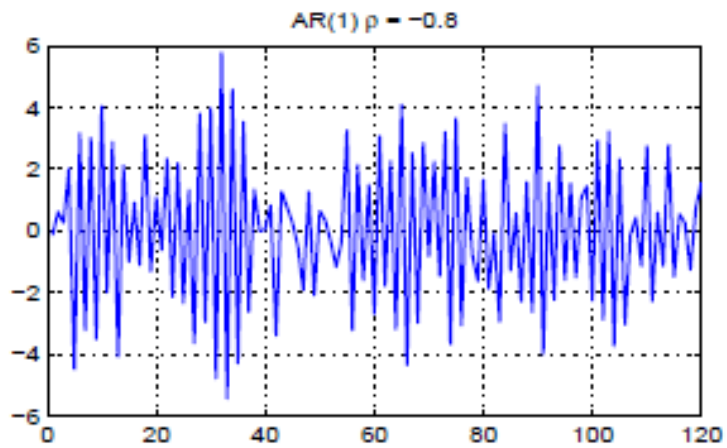
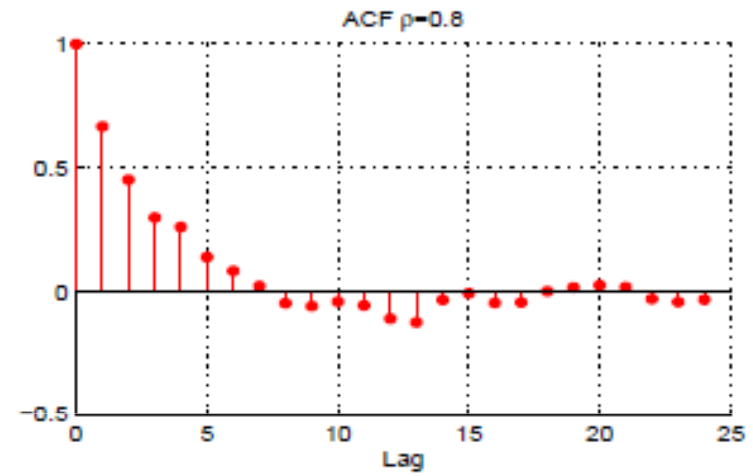
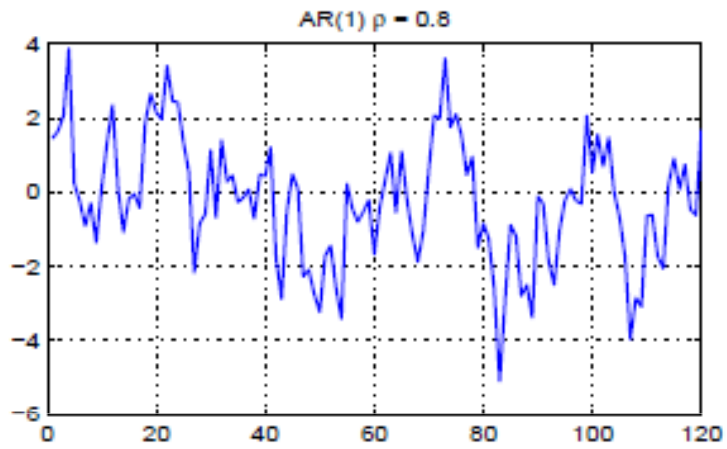
- Bir stokastik sürecin birim kök içerip içermediğini nasıl anlarız?
- Hatırlarsak aşağıdaki AR(1) sürecinde

$$y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + e_t, |\rho| < 1$$

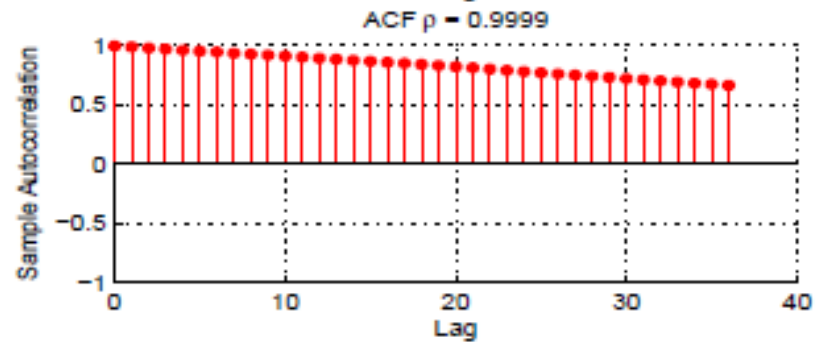
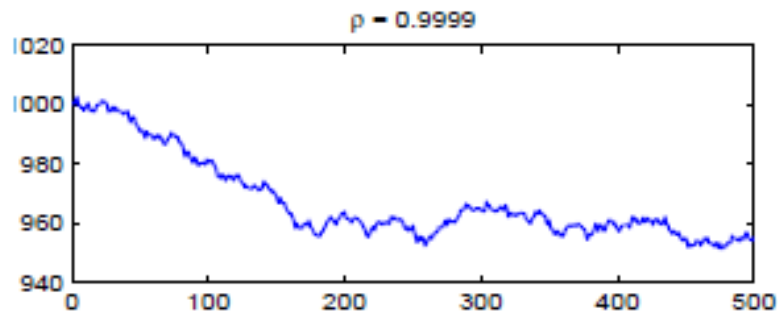
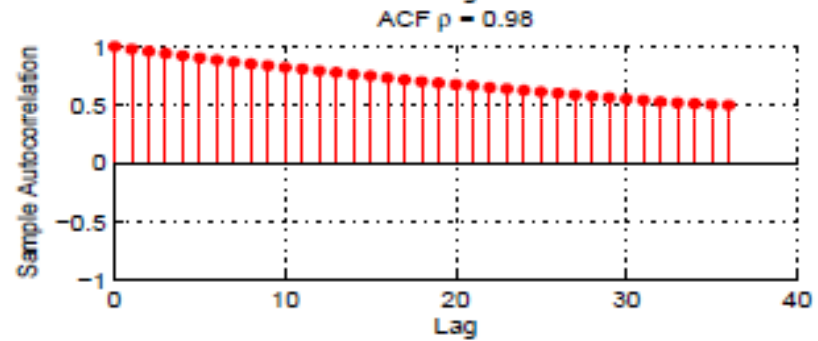
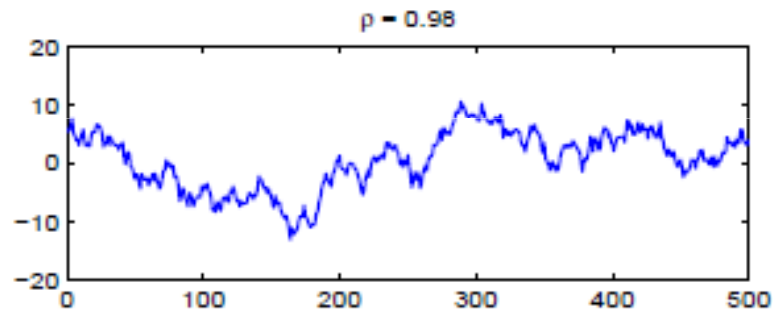
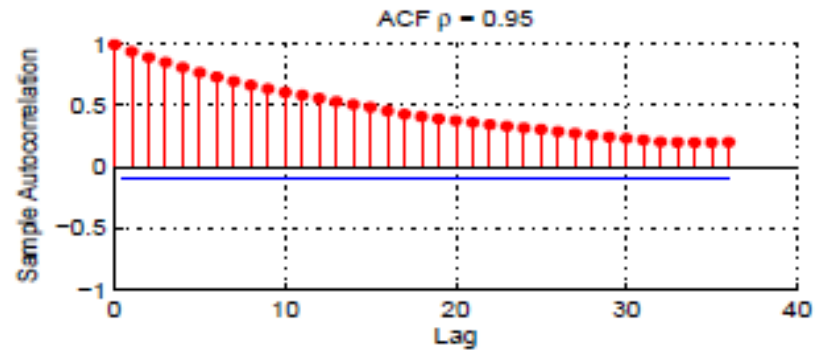
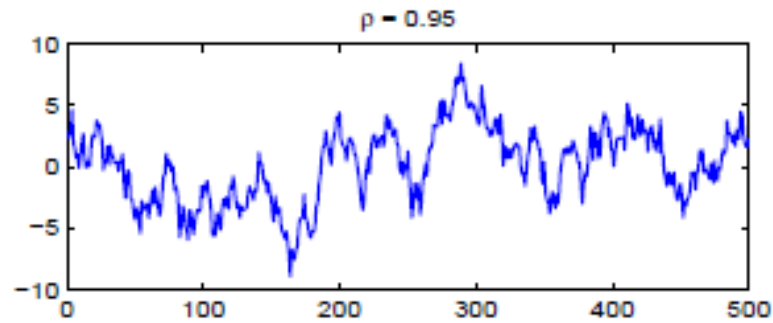
- Rho parametresi geçmiş değerlere olan bağımlılığın derecesini belirliyordu:

$$\text{Corr}(y_t, y_{t-h}) = \rho^h$$

## İki AR(1) Süreci ve Korelogramı



# Yüksek Kalıcılığı Olan AR(1) Süreçlerine Örnekler



# Random Walk

- AR(1) modelinde

$$\alpha = 0, \rho = 1$$

olduğunda random walk süreci elde edilir.

$$y_t = y_{t-1} + e_t, e_t \text{ white noise}$$

- Sürüklenme teriminin sıfır olmadığı durumda ise random walk with drift süreci elde edilir:

$$y_t = \alpha + y_{t-1} + e_t$$

- Bu iki sürecin özelliklerini daha önce öğrenmiştik. Bu süreçler durağan değildi.
- Ancak birinci farkları alındığında durağan hale geliyordu.

## I(1) vs I(0)

- Birinci farkı alındığında durağan hale gelen, yani I(0) olan, zaman serilerine I(1) seriler adı verilir.
- Random walk sürecinin, I(1), birinci farkı alınırsa bir I(0) seri olan w.n. süreci elde edilir:

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1} = e_t, e_t \text{ white noise}$$

- Benzer şekilde bir random walk with drift sürecinin birinci farkı I(0) bir seridir:

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1} = \alpha + e_t$$

- Bu serilere fark-durağan (difference stationary) seriler adı da verilir.

## Trend-durağan seriler

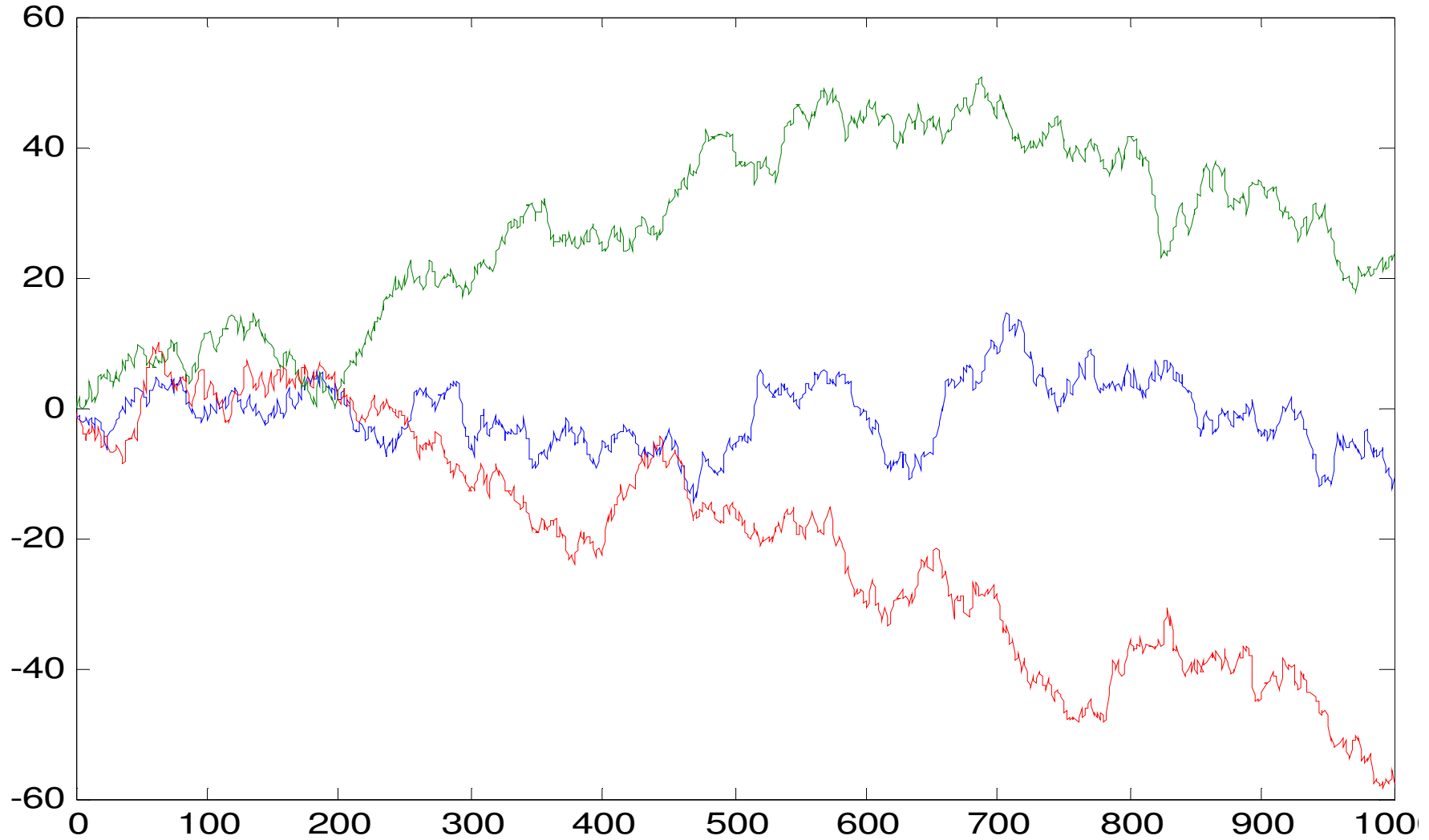
- Bir trend-durağan seri trendden arındırıldığında durağan hale gelir

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 t + e_t$$

- Fark-durağan bir seriyle trend-durağan bir seriyi birbirinden ayırmak kolay değildir.
- Çünkü sürüklenme terimli bir random walk süreci deterministik trend izleyen bir seriye benzer özellikler gösterir.
- Regresyonda durağan olmayan serileri kullanmamız mümkün olmadığından uygun dönüştürmeler kullanılarak durağanlaştırılmaları gerekir.
- Birim kök testleri bu amaçla geliştirilmiştir

# Random Walk Sürecinin Üç Farklı Realizasyonu

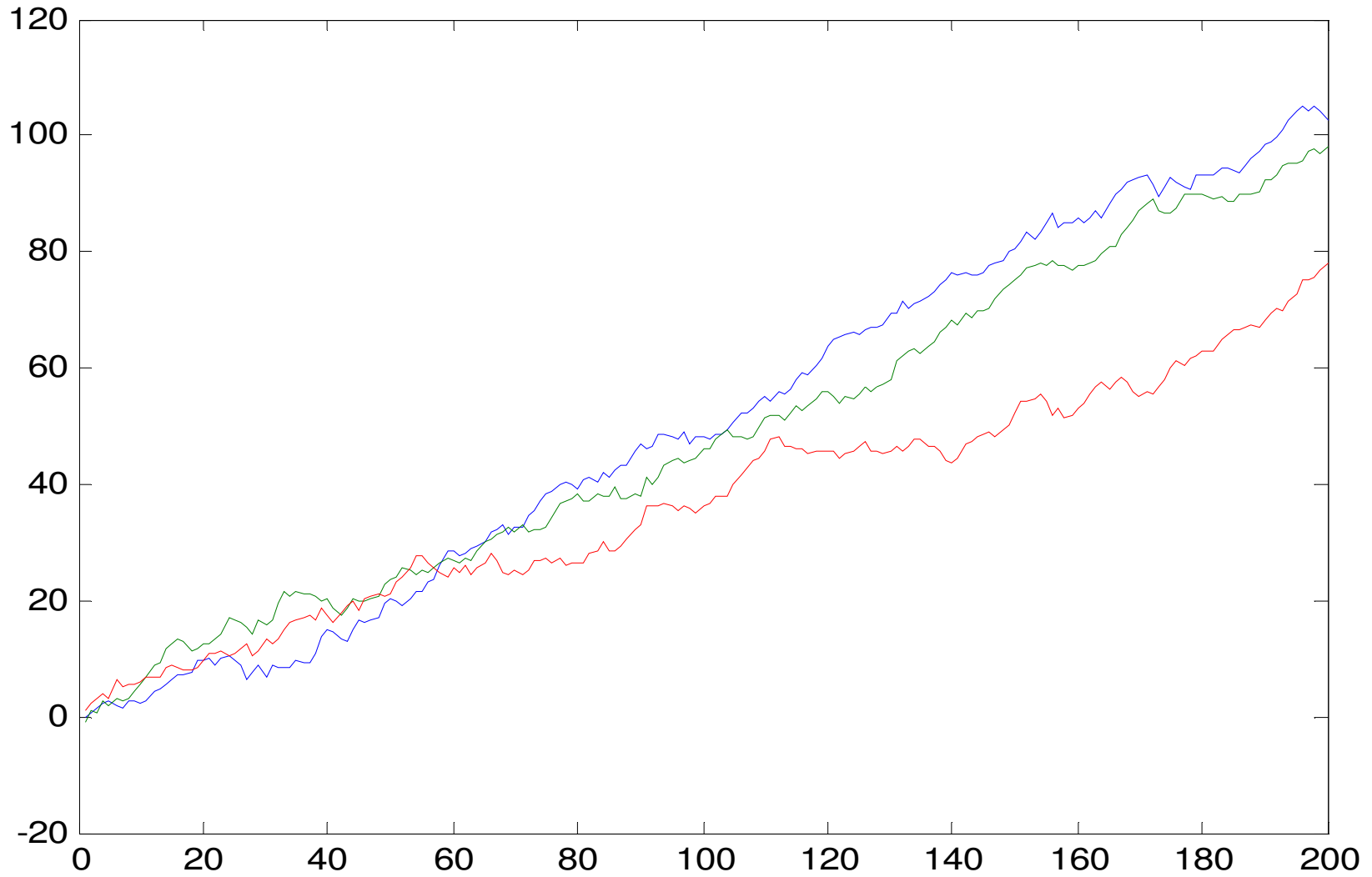
$$x(t) = x(t-1) + e(t)$$





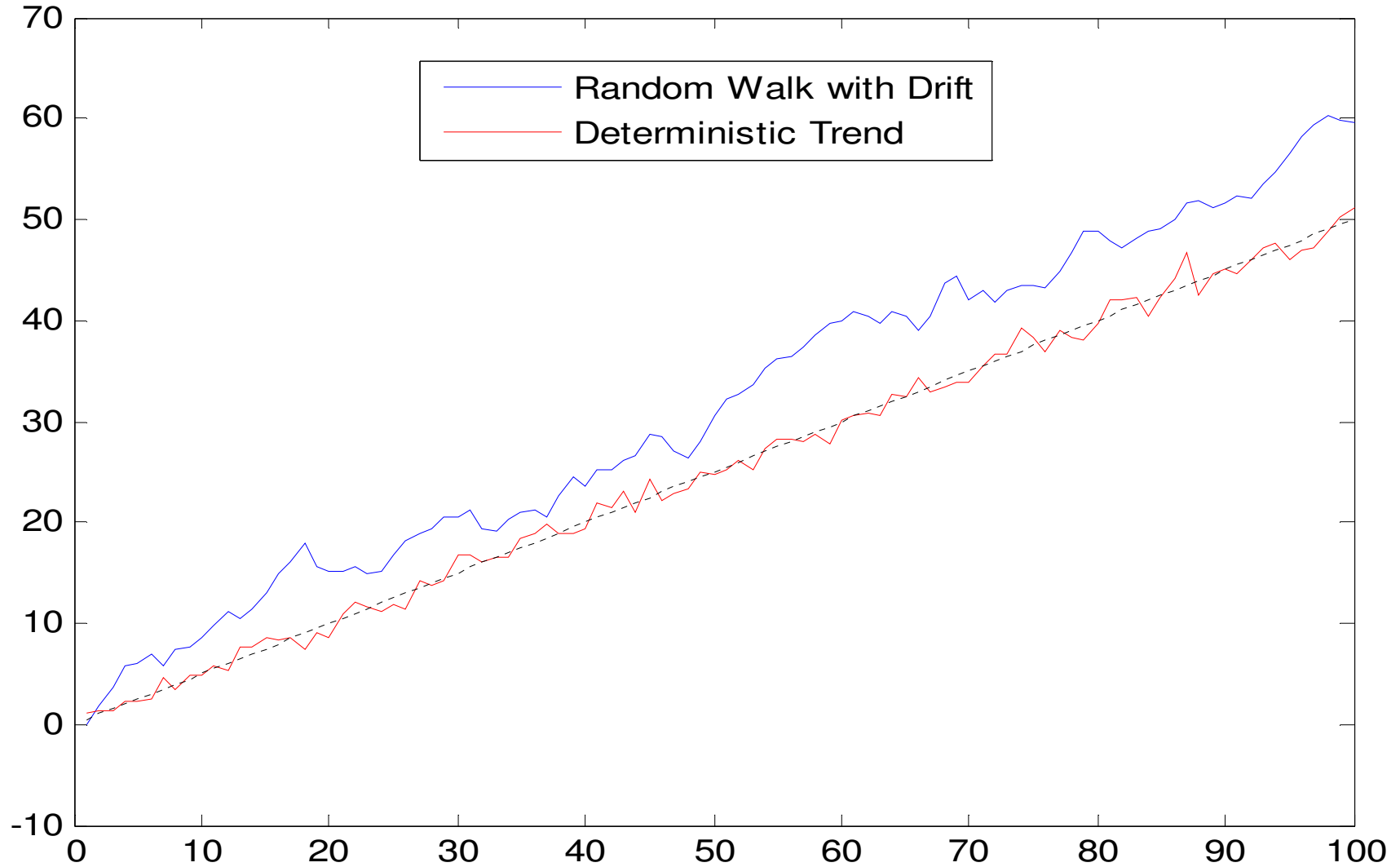
# Random Walk with Drift Sürecinin Üç Farklı Realizasyonu

$x(t) = 0.5 + x(t-1) + e(t)$



# Random Walk with Drift Sürecinin Üç Farklı Realizasyonu

$$x(t) = 0.5 + x(t-1) + e(t)$$



# Birim Kök Testleri

- Bu testlerde başlangıç noktamız yine AR(1) modelidir:

$$y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + e_t$$

- Burada  $e(t)$  bir martingale-fark dizisidir:

$$E(e_t | y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_0) = 0.$$

- $e(t)$  sıfır beklentili iid bir seri ve  $y_0$  başlangıç değerinden bağımsızdır.
- Sıfır ve karşı hipotezlerimiz şöyledir:

$$H_0: \rho = 1.$$

$$H_1: \rho < 1.$$

## Birim Kök Testleri

- Aslında sıfır ve alternatif hipotezlerimiz şu şekilde de ifade edilebilir:
- $H_0 : I(1)$  vs  $H_1: I(0)$
- Testi yapmak için denklemde her iki taraftan  $y(t-1)$  çıkartılırsa

$$\Delta y_t = \alpha + \theta y_{t-1} + e_t.$$

elde edilir.

- Sıfır ve alternatif hipotezler şöyle olur:

$$H_0: \theta = 0 \quad H_1: \theta < 0.$$

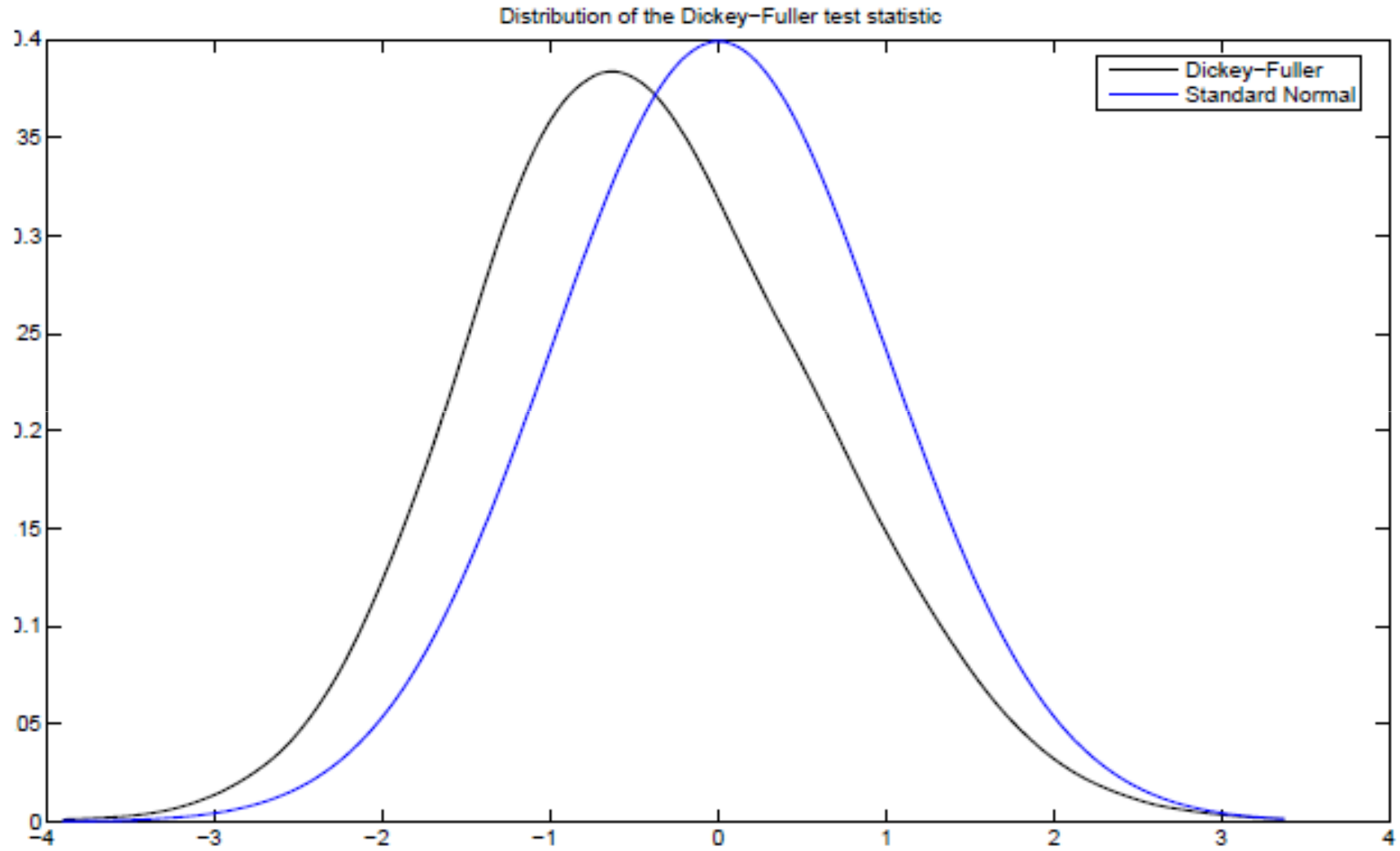
## Birim Kök Testleri

$$\Delta y_t = \alpha + \theta y_{t-1} + e_t.$$

$$H_0: \theta = 0 \quad H_1: \theta < 0.$$

- Ancak bu hipotez t-testi ile sınınamaz. Çünkü null hipotezi altında t-oranının dağılımı t-dağılımı değildir.
- Bu dağılıma Dickey-Fuller (DF) dağılımı adı verilir.
- Bu dağılım t-dağılımına göre daha sola çarpıktır.
- Birim kök hipotezini test etmek için t-oranını hesaplayıp DF dağılımından uygun değerlere bakabiliriz.

# DF Dağılımı



## DF Birim Kök Testi

$$\Delta y_t = \alpha + \theta y_{t-1} + e_t.$$

$$H_0: \theta = 0 \quad H_1: \theta < 0.$$

- Karar kuralı: t-oranı ilgili anlamlılık düzeyindeki kritik değerden daha küçükse birim kök hipotezi reddedilir (Sol kuyruk testi)
- Birçok ekonometri paket programı bu kritik değerleri vermekte ya da p-değerlerini hesaplamaktadır.
- P-değeri yeterince küçükse serinin durağan olmadığını söyleyen hipotez alternatif lehine reddedilir.

## DF Birim Kök Testi

$$\Delta y_t = \alpha + \theta y_{t-1} + e_t.$$

$$H_0: \theta = 0 \quad H_1: \theta < 0.$$

- Test Regresyonunda Zaman Trendinin olmadığı durumda Kritik Değerler

**Table 18.2**

Asymptotic Critical Values for Unit Root  $t$  Test: No Time Trend

Significance Level	1%	2.5%	5%	10%
Critical Value	-3.43	-3.12	-2.86	-2.57



## DF Birim Kök Testi: Örnek

- 3-aylık hazine bonosu faiz oranlarında birim kök var mı? (intqrt.gdt )

$$\Delta \hat{r}3_t = .625 - .091 r3_{t-1}$$

(.261) (.037)

$$n = 123, R^2 = .048,$$
$$-.091/.037 = -2.46.$$

**Table 18.2**

Asymptotic Critical Values for Unit Root  $t$  Test: No Time Trend

Significance Level	1%	2.5%	5%	10%
Critical Value	-3.43	-3.12	-2.86	-2.57

# Genişletilmiş Dickey-Fuller (ADF) Testi (Augmented Dickey-Fuller)

- Modelimizde daha karmaşık dinamiklere izin verilmesi mümkündür.
- Amaç kalıntıların otokorelasyonsuz hale getirilmesidir.
- Bu amaçla modele bağımlı değişkenin gecikmeli değerleri eklenebilir (genişletilebilir). Örneğin

$$\Delta y_t = \alpha + \theta y_{t-1} + \gamma_1 \Delta y_{t-1} + e_t,$$

- Genel olarak

$$\Delta y_t \text{ on } y_{t-1}, \Delta y_{t-1}, \dots, \Delta y_{t-p}$$

- Bu regresyonda  $y(t-1)$  katsayısının t-oranı hesaplanarak DF kritik değerleriyle karşılaştırılır.

## ADF Birim Kök Testi: Örnek

- Enflasyon serisinde birim kök var mı? (phillips.gdt)

$$\Delta \hat{inf}_t = 1.36 - .310 inf_{t-1} + .138 \Delta inf_{t-1}$$

$(.261) \quad (.103) \quad (.126)$

$$n = 47, R^2 = .172.$$

$$-.310/.103 = -3.01.$$

## Zaman Trendli ADF Birim Kök Testi

- Açık bir zaman trendi takip eden serilere ADF birim kök testi yapılmak isteniyorsa test regresyonuna trendin eklenmesi gerekir:

$$\Delta y_t = \alpha + \delta t + \theta y_{t-1} + e_t,$$

$$H_0: \theta = 0, \quad H_1: \theta < 0.$$

- Boş hipotez altında seri RW with drift süreci takip eder, yani I(1) bir seridir.
- Alternatif hipotez altında seri trend çevresinde durağandır (trend-durağan süreç)

## Zaman Trendli ADF Birim Kök Testi

$$\Delta y_t = \alpha + \delta t + \theta y_{t-1} + e_t,$$

$$H_0: \theta = 0, \quad H_1: \theta < 0.$$

- Zaman trendi eklendiğinde ADF testinin kritik değerleri değişir:

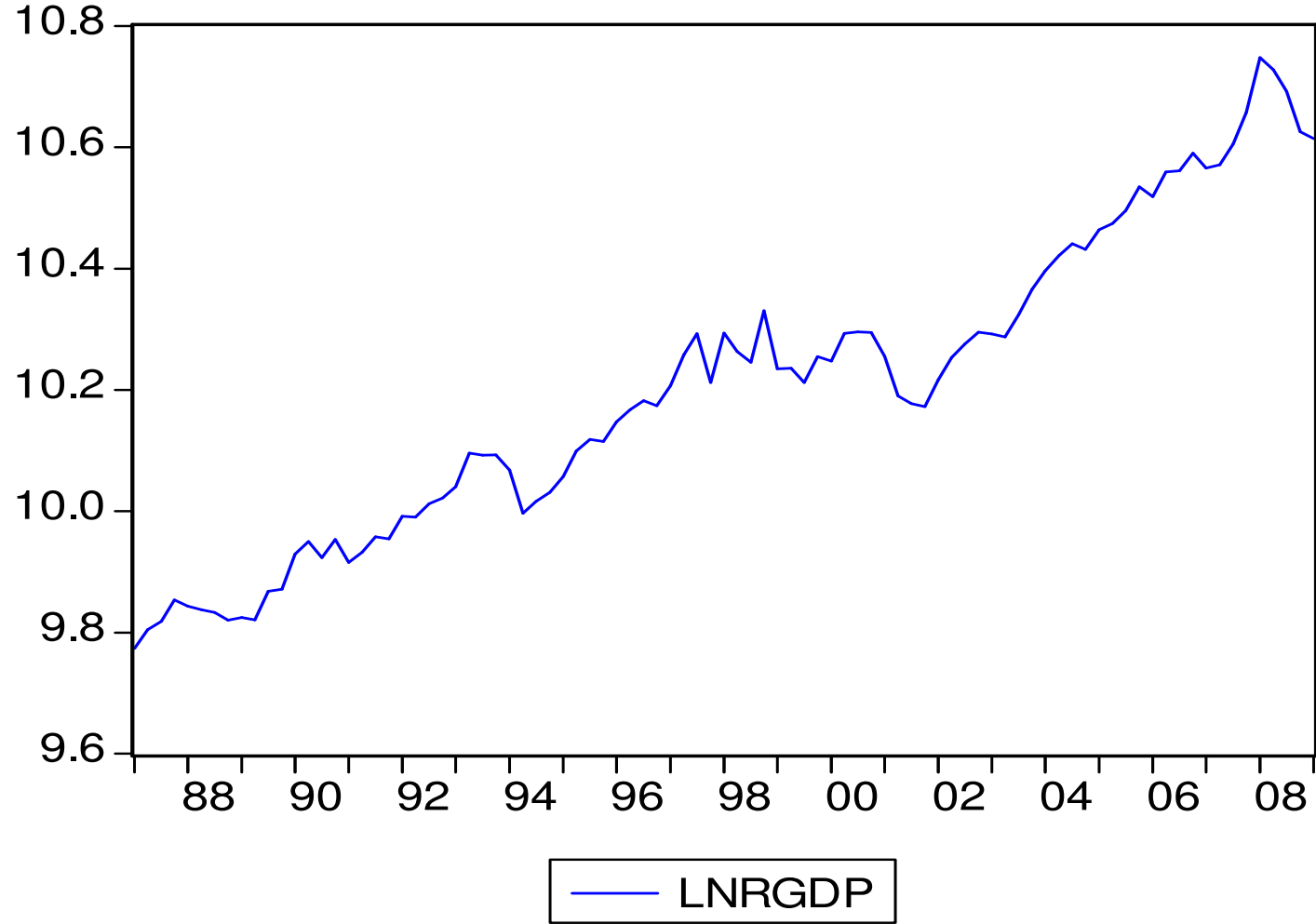
**Table 18.3**

Asymptotic Critical Values for Unit Root  $t$  Test: Linear Time Trend

Significance Level	1%	2.5%	5%	10%
Critical Value	-3.96	-3.66	-3.41	-3.12

# ADF Birim Kök Testi: Örnek

- 1987 sabit fiyatlarıyla GSYİH serisi durağan mı?



# ADF Birim Kök Testi: Örnek

- Null Hypothesis: LNRGDP has a unit root
- Exogenous: Constant, Linear Trend
- Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=11)

	t-Statistic	Prob.*
• Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.707791	0.2362
• Test critical values:		
• 1% level	-4.065702	
• 5% level	-3.461686	
• 10% level	-3.157121	
• *MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

## Sahte Regresyon (Spurious Regression)

- Kesit-veri ile regresyon analizinde  $y$  ve  $x$  arasında “sahte ilişki” ya da “sahte regresyon” problemi bu değişkenler üçüncü bir değişken aracılığıyla ilişkili olduklarında karşımıza çıkıyordu.
- $y$  ve  $x$  ilişkili görünseler de üçüncü değişkenin etkisi arındırıldığında (kontrol edildiğinde) aralarındaki ilişki kayboluyordu.
- Zaman serileriyle regresyon analizinde de benzer bir problem karşımıza çıkmaktadır.
- $y$  ve  $x$  azalan ya da artan bir zaman trendine sahiplerse ikisi arasında anlamlı bir ilişki bulunabilir.
- Aslında ilişkili olan serilerin takip ettiği zaman trendidir.



## Sahte Regresyon (Spurious Regression)

- Eğer seriler zayıf-bağımlı ve trend çevresinde durağanlarsa bu problem regresyona trend değişkeni eklenerek çözülebilir.
- Ancak seriler trend-durağan değil de fark-durağan ise regresyona trend eklemek problemi çözmez.
- Basit regresyon modelinde birbirinden bağımsız  $I(1)$  seriler kullanılırsa t-istatistikleri anlamlı sonuçlar verebilir.
- $R^2$  yüksek çıkabilir.
- Aslında iki seri arasında hiçbir ilişki yoktur. Ancak regresyon sonuçları bunu yansıtmaz.

## Sahte Regresyon (Spurious Regression)

- Her iki seri bağımsız I(1) olsun

$$x_t = x_{t-1} + a_t$$

$$y_t = y_{t-1} + e_t, t = 1, 2, \dots,$$

- Basit regresyon modelini düşünelim

$$\hat{y}_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_t$$

- Bu modelde eğim katsayısının %5 düzeyinde anlamlılığını test etmek istediğimizde bu işlemi çok sayıda tekrarlasak bunların %95'inde boş hipotezi kabul etmemiz gerekir.
- Ancak yapılan simülasyon deneylerinde t-istatistiğinin nominal düzeyden çok daha yüksek red sıklığına sahip olduğu bulunmuştur. Buna spurious regression problemi denir.

## Sahte Regresyon (Spurious Regression)

- Sahte regresyon:  $y$  ve  $x$  hiçbir şekilde ilişkili olmadığı halde  $t$  istatistiği anlamlı ve  $R^2$  yüksek
- Problemin kaynağında  $H_0$  altında  $y$  serisinin random walk süreci takip etmesi ve  $t$ -rasyosunun asimptotik  $t$ -dağılımına sahip olmaması bulunmaktadır.
- Benzer şekilde böyle bir regresyonda  $R^2$  populasyon değerine yakınsamaz.
- Yakınsadığı değer aslında rassal bir sayıdır.
- Bu rassal sayının büyük bir değer alma olasılığı oldukça yüksektir.
- Sahte regresyonda  $R^2$ 'nin yüksek çıkma sebebi budur.

## Sahte Regresyon (Spurious Regression)

- Bu problemin pratik önemi oldukça açıktır.
- Uygulamada ekonomik değişkenlerin seviyeleriyle kuracağımız regresyonlarda oldukça dikkatli olmamız gerekir.
- Çünkü birçok ekonomik zaman serisi  $I(1)$  olma eğilimindedir.
- Bu nedenle sahte regresyon kurma tehlikesi mevcuttur.
- Peki hangi durumda  $I(1)$  bir değişkeninin yine herbiri  $I(1)$  olan açıklayıcı değişkenler üzerine regresyonu bize doğru bilgiyi verir?

## Eşbütünleşme (Cointegration)

- I(1) değişkenler uzun dönem ilişkisini yansıtacak şekilde ilişkiyise, ya da eşbütünleşik ise, sahte regresyon problemi ortadan kalkar.
- Yine basit regresyon modelini düşünelim. Hem y hem de x I(1) değişkenler olsun.
- Eğer bunların bir doğrusal kombinasyonu I(0) ise yani durağansa bu iki seri eşbütünleşik serilerdir (cointegrated).

$$y_t - \beta x_t$$

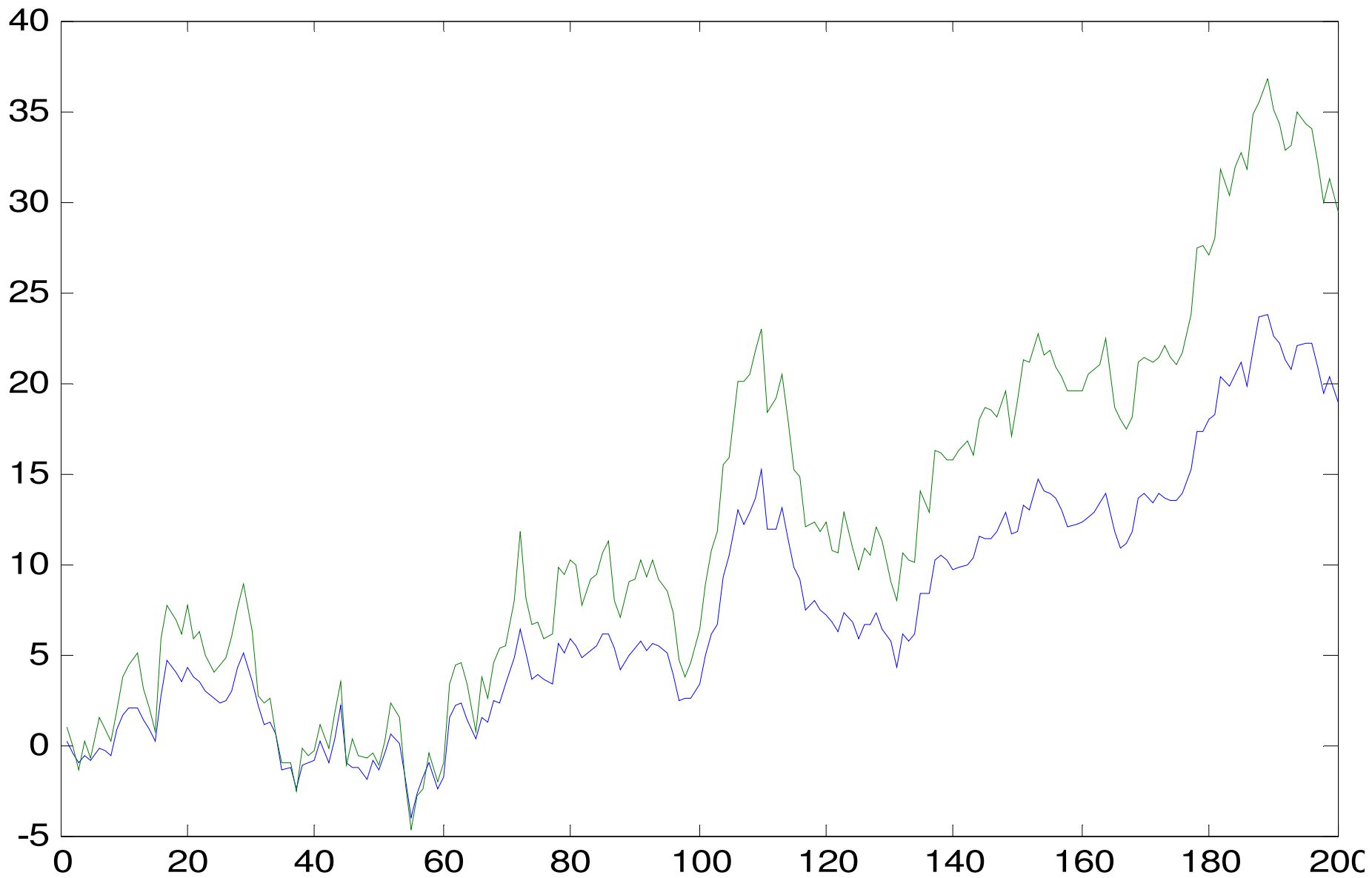
- Eğer böyle bir sıfır olmayan beta katsayısı varsa buna eşbütünleşme katsayısı denir.

## Eşbütünleşme (Cointegration)

$$y_t - \beta x_t$$

- Eşbütünleşme modellerinde serilerin uzun dönem ilişkisinden sapmaları mümkündür.
- Ancak bunlar kısa dönemli durumlardır ve ilişkinin yapısına bağlı olarak uzun dönem dengesine belli bir hızda ulaşılır.
- Örnek: Law of One Price
- $P1 = a + b P2$
- Örnek: Mutlak PPP

# örnek



## Eşbütünleşme (Cointegration)

- İki serinin koentegre olup olmadığını nasıl anlarız?
- *Engle-Granger eşbütünleşme testi adımları:*
- İktisadi modele uygun olarak OLS regresyonunu kur ve eşbütünleşme katsayısını tahmin et

$$y_t = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x_t$$

- Bu regresyondan elde edilen kalıntılara ADF birim kök testi uygula.
- H0: kalıntılar birim kök içeriyor (seriler koentegre değil)
- Hipotezi reddedilirse, yani kalıntılar durağansa bu iki seri koentegredir.



## Eşbütünleşme (Cointegration)

- Dikkat edilirse  $H_0$  altında sahte regresyon kurulmaktadır.
- Testi yaparken aşağıdaki kritik değerleri kullanmak gerekir.

**Table 18.4**

Asymptotic Critical Values for Cointegration Test: No Time Trend

Significance Level	1%	2.5%	5%	10%
Critical Value	-3.90	-3.59	-3.34	-3.04

## Eşbütünleşme (Cointegration)

- Eğer serilerde açık bir zaman trendi varsa modele eklenebilir:

$$\hat{y}_t = \hat{\alpha} + \hat{\eta}t + \hat{\beta}x_t$$

- Bu durumda uygun kritik değerler aşağıdaki tabloda verilmiştir (Wooldridge , s.589):

**Table 18.5**

Asymptotic Critical Values for Cointegration Test: Linear Time Trend

Significance Level	1%	2.5%	5%	10%
Critical Value	-4.32	-4.03	-3.78	-3.50

## Eşbütünleşme: Örnek

- Doğurganlık oranı (gfr) ile vergi teşvikleri (pe) koentegre mi?

$$\widehat{gfr} = \underset{(3.4753)}{109.930} - \underset{(0.10899)}{0.905188} \text{ time} + \underset{(0.034626)}{0.186662} \text{ pe}$$

$$\widehat{d\_uhat} = \underset{(0.67143)}{-0.183045} - \underset{(0.048939)}{0.118669} \text{ uhat\_1} + \underset{(0.11696)}{0.244979} \text{ d\_uhat\_1}$$

Model 6: OLS, using observations 1915-1984 (T = 70)

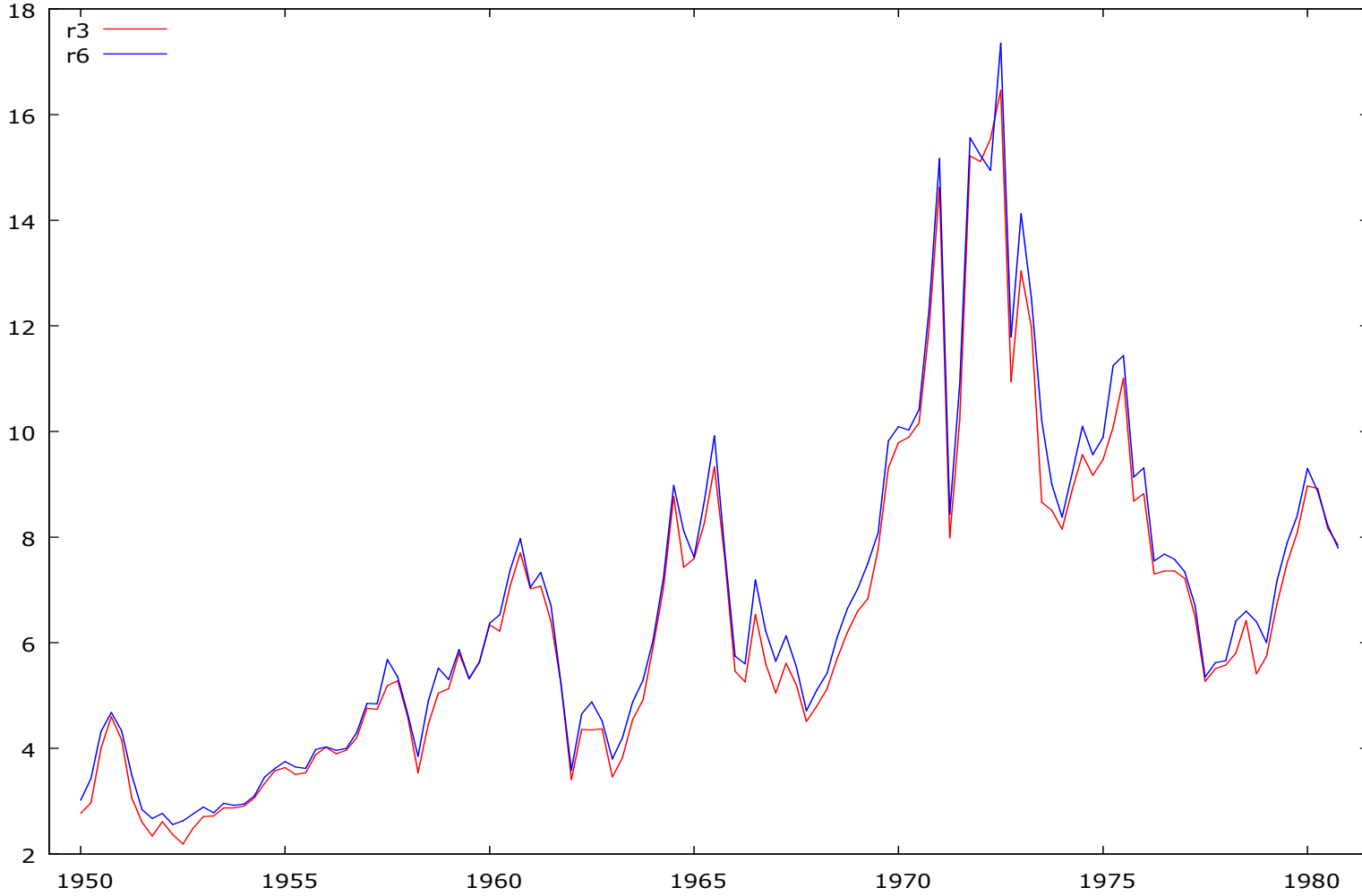
Dependent variable: d\_uhat

	coefficient	std. error	t-ratio	p-value		
const	-0.183045	0.671431	-0.2726	0.7860		
uhat_1	<b>-0.118669</b>	<b>0.0489389</b>	<b>-2.425</b>	0.0180	**	<b>%10 c=-3.5</b>
d_uhat_1	0.244979	0.116958	2.095	0.0400	**	<b>No cointegration</b>

## Eşbütünleşme: Örnek 3 aylık ve 6 aylık faiz oranları koentegre mi?

- $r_3$ : 3-aylık hazine bonosu faiz oranı
- $r_6$ : 6-aylık hazine bonosu faiz oranı
- Arbitraj nedeniyle bu iki faiz oranı arasındaki fark, ya da spread, fazla açılmayacaktır
- Uzun dönem ilişkisi
- $$r_{6_t} = r_{3_t} + \mu + e_t$$
- Olarak yazılabilir. Bu ilişkiden sapmalar arbitraj nedeniyle kısa dönemli olacaktır.

# Eşbütünleşme: Örnek 3 aylık ve 6 aylık faiz oranları koentegre mi?



## Eşbütünleşme: Örnek 3 aylık ve 6 aylık faiz oranları koentegre mi?

- Bu iki seri I(1) serilerdir.

$$r6_t = r3_t + \mu + e_t,$$

- Yukarıdaki ilişkinin sahte olmadığından emin olmak istiyorsak koentegrasyon testi yapmamız gerekir.
- Engle-Granger koentegrasyon testi modelin OLS ile tahmini ve kalıntılara ADF testi yapılmasına dayanır.
- Ancak kritik değerler ADF kritik değerlerinden farklıdır. (Tablolar daha önce verilmişti)

# Eşbütünleşme: Örnek 3 aylık ve 6 aylık faiz oranları koentegre mi?

- OLS regresyonu

$$\hat{r}_6 = 0.135374 + 1.02590 r_3$$

(0.054867)
(0.0077088)

- Test regresyonu
- OLS, using observations 1951:2-1980:4 (T = 119)
- Dependent variable: d\_uhat

	coefficient	std. error	t-ratio	p-value
const	-3.45587e-05	0.0229010	-0.001509	0.9988
<b>uhat_1</b>	<b>-0.812633</b>	<b>0.160728</b>	<b>-5.056</b>	<b>1.67e-06 ***</b>
d_uhat_1	0.0513596	0.149446	0.3437	0.7317
d_uhat_2	0.205066	0.132861	1.543	0.1255
d_uhat_3	0.125392	0.119041	1.053	0.2944
d_uhat_4	0.178414	0.0937341	1.903	0.0595 *

## Hata Düzeltme Modelleri (Error Correction Models)

- İki ya da daha fazla seri arasında uzun dönem koentegrasyon ilişkisi varsa bu ilişkiyi yansıtan dinamik modeller geliştirilebilir.
- Örneğin koentegre olmayan I(1) seriler kullanılarak 1.farklarla şu model tahmin edilebilir.

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \alpha_1 \Delta y_{t-1} + \gamma_0 \Delta x_t + \gamma_1 \Delta x_{t-1} + u_t,$$

- Tüm değişkenlerin I(0) olduğuna dikkat ediniz.
- Bu aslında daha önce gördüğümüz FDL modelidir.
- Parametreler FDL modellerinde olduğu gibi yorumlanabilir.



## Hata Düzeltme Modelleri (Error Correction Models)

- Eğer seriler koentegre ise yani aşağıdaki gibi bir koentegrasyon ilişkisi mevcutsa

$$s_t = y_t - \beta x_t,$$

- Önceki slayttaki modele bu terimin gecikmeleri eklenebilir:

$$\begin{aligned}\Delta y_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \Delta y_{t-1} + \gamma_0 \Delta x_t + \gamma_1 \Delta x_{t-1} + \delta s_{t-1} + u_t \\ &= \alpha_0 + \alpha_1 \Delta y_{t-1} + \gamma_0 \Delta x_t + \gamma_1 \Delta x_{t-1} + \delta (y_{t-1} - \beta x_{t-1}) + u_t\end{aligned}$$

- Bu modele Hata Düzeltme Modeli (ECM) denir.

## Hata Düzeltme Modelleri (Error Correction Models)

- EC modelleri  $y$  ile  $x$  arasındaki ilişkinin kısa-dönem dinamiklerini incelememize olanak tanır.
- Basitlik amacıyla aşağıdaki modeli düşünelim

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \gamma_0 \Delta x_t + \delta(y_{t-1} - \beta x_{t-1}) + u_t,$$

- Burada  $\delta < 0$ .
- Hata düzeltme terimidir (error correction term)
- Negatif olması nedeniyle ilişkiden sapmaları dengeye getirmektedir.
- ECM OLS yöntemiyle kolaylıkla tahmin edilebilir. Ancak önce koentegrasyon ilişkisinin tahmin edilmesi gerekir.

## Hata Düzeltme Modelleri (ECM)

- İki değişkenli EC modelleri genel olarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\Delta y_t = \gamma_{10} + \alpha_1 e_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_{1i} \Delta y_{t-i} + \sum_{i=1}^q \phi_{1i} \Delta x_{t-i} + error$$

$$\Delta x_t = \gamma_{20} + \alpha_2 e_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_{2i} \Delta y_{t-i} + \sum_{i=1}^q \phi_{2i} \Delta x_{t-i} + error$$

Eğer bu katsayılar birlikte anlamlıysa x, y'nin Granger-nedenidir. F-testiyle sınanabilir

Speed of adjustment parameter  
Uzun dönem dengesine ulaşma hızı. Bunlardan  
En az biri istatistik bakımından anlamlı olacaktır.

## Hata Düzeltme Modelleri (ECM): Örnek

- Wagner hipotezinin bir versiyonu reel hükümet harcamaları ( $G$ ) ile kişi başına reel gelir ( $Y/N$ ) arasında uzun dönemli pozitif bir ilişki olduğunu söylemektedir:

$$\ln(G)_t = \beta_0 + \beta_1 \ln(Y / N)_t + \varepsilon_t$$

- Yani yukarıdaki modelde değişkenler arasında bir koentegrasyon ilişkisi olmalı ve eğim katsayısı pozitif olmalıdır.
- Birim kök testleri sonucunda her iki değişkenin  $I(1)$  olduğu sonucuna varılmıştır.

## Hata Düzeltme Modelleri (ECM): Örnek

- Engle-Granger test regresyonu aşağıdaki gibi tahmin edilmiştir:

$$\ln(G)_t = 17.27 + 2.86 \ln(Y / N)_t + \hat{\varepsilon}_t$$

- Kalıntıların ADF test istatistiği -3.5817 olarak bulunmuştur. %5 düzeyinde anlamlıdır.
- Yani serilerin koentegre olmadığını söyleyen  $H_0$  reddedilmiştir.
- Katsayı pozitif bulunmuştur.
- Bu bulgular Wagner Hipotezi ile uyumludur.

# Hata Düzeltme Modelleri (ECM): Örnek Wagner Kanunu

Tahmin edilen koentegrasyon ilişkisi:

$$e_{t-1} = \ln G_{t-1} - 17.27 - 2.86 \ln(Y / N)_{t-1}$$

Hata düzeltme modeli: Gecikmeli değerler anlamsız olduğundan Modelden çıkarılmıştır.

$$\Delta \ln G_t = 0.0641 - 0.1879 e_{t-1}$$

$$\Delta \ln(Y / N)_t = 0.0246 + 0.0538 e_{t-1}$$

ECM katsayı tahminleri istatistik bakımından anlamlı bulunmuştur. Ancak birinci denklemde negatif işaretli ve ikincisine göre daha büyük bir etkiye sahiptir.

## Hata Düzeltme Modelleri (ECM): Örnek Beklenti Hipotezi

- $hy_6(t)$ : 3-aylık elde tutma getirisi:  $(t-1)$  zamanında 6-aylık bir hazine bonosu alır ve  $t$  zamanında (yani üç ay sonra) 3-aylık bono olarak satarsak elde edeceğimiz getiri
- $hy_3(t-1)$ :  $(t-1)$  zamanında 3-aylık hazine bonosu alırsak elde edeceğimiz getiri
- $hy_3(t-1)$ : bu getiri  $(t-1)$  zamanında biliniyor
- $hy_6(t)$ : bu getiri ise  $(t-1)$  zamanında bilinmiyor çünkü  $t$  dönemindeki 3-aylık hazine bonosu fiyatı bilinmiyor
- Beklenti hipotezine göre bu iki yatırım stratejisinin getirisi aynı olmalıdır. (arbitraj nedeniyle)

## Hata Düzeltme Modelleri (ECM): Örnek Beklenti Hipotezi

- Yani tüm bilgi kümesine koşullu olarak aşağıdaki beklenti geçerlidir

$$E(hy6_t | I_{t-1}) = hy3_{t-1},$$

- Bu hipotez aşağıdaki model çerçevesinde test edilebilir:

$$hy6_t = \beta_0 + \beta_1 hy3_{t-1} + u_t,$$

- $hy6(t)$  ve  $hy3(t-1)$  koentegre mi? Eğim katsayısı=1??



## Hata Düzeltme Modelleri (ECM): Örnek Beklenti Hipotezi

- Engle-Granger testi bu iki serinin koentegre olduğuna işaret etmektedir. Öyleyse aşağıdaki gibi bir ECM kurulabilir:

$$\Delta hy6_t = \alpha_0 + \gamma_0 \Delta hy3_{t-1} + \delta (hy6_{t-1} - hy3_{t-2}) + u_t$$

- Tahmin sonuçları:

$$\Delta \hat{hy}6_t = .090 + 1.218 \Delta hy3_{t-1} - .840 (hy6_{t-1} - hy3_{t-2})$$

(.043)      (.264)                      (.244)

$$n = 122, R^2 = .790.$$